

## Capítulo X

### Principais fenômenos, natureza e simetria da corrente de curto-circuito

Por Cláudio Mardegan\*

#### ESTUDO DE CURTO-CIRCUITO

Após o levantamento de dados, no escritório, elabora-se o esquema unifilar simplificado para estudo de curto-circuito.

De posse do unifilar, é necessário elaborar o cálculo por unidade, que pode ser feito manualmente ou através de algum software e a seguir iniciar os cálculos de curto-circuito.

#### CORRENTE DE CURTO-CIRCUITO

Quando ocorre uma falta em um sistema elétrico, a corrente que circula é determinada pelas f.e.m. internas das máquinas, suas respectivas impedâncias internas, e pelas impedâncias da rede entre as fontes de curto-circuito (máquinas) e o ponto de falta.

A falta origina-se pela falha de isolamento de algum ou alguns componentes do sistema.

#### PRINCIPAIS FENÔMENOS DURANTE O CURTO-CIRCUITO

Os principais fenômenos que ocorrem durante o curto-circuito são:

- Sobrecorrente;
- Subtensão na(s) fase(s) sob falta;
- Aumento do ângulo da corrente de curto, para sistemas solidamente aterrados;
- Variação da frequência – Ocorre somente em sistemas que operam com geração própria desconectados da concessionária;
- Aumento da tensão nas outras duas fases sãs para circuitos fase-terra em sistemas aterrados por impedância;
- Sobretensões transitórias em sistemas não aterrados;
- Esforços térmicos nos equipamentos;
- Esforços dinâmicos nos equipamentos;
- Esforços de interrupção.

#### NATUREZA DAS CORRENTES DE CURTO-CIRCUITO

Nas condições de regime, o circuito apresentado na Figura 1 pode ser utilizado para calcular as correntes de carga do sistema.

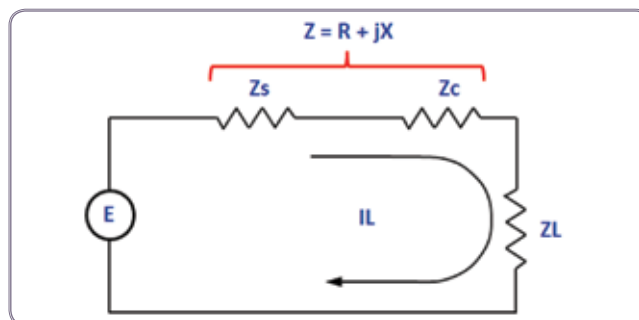


Figura 1 – Sistema elétrico em regime normal de operação.

Em que:

$$E = V_{\text{máx}} \cdot \text{Sen}(\omega t + \alpha)$$

$Z_s$  = Impedância equivalente do sistema de alimentação

$Z_c$  = Impedância do circuito

$Z_L$  = Impedância da carga

A corrente de carga pode ser calculada como mostrado a seguir (admitindo-se a carga como impedância constante).

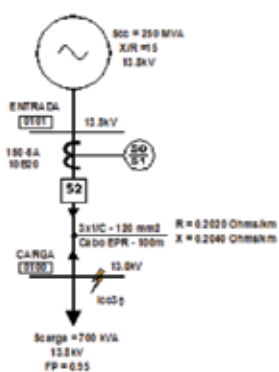
Como pode ser observado, a impedância de carga  $Z_L$  é, normalmente, a maior de todas sendo então a impedância determinante no cálculo do valor da corrente e devido ao fator de potência da carga ser próximo de 1 (um), esta impedância é predominantemente resistiva, fazendo com que a corrente esteja quase que em fase com a tensão da fonte.

O curto-circuito pode ser idealizado como sendo um condutor que “curto-circuita” algumas das impedâncias de um sistema enquanto outras permanecem inalteradas. A Figura 3 ilustra o exposto.

## CÁLCULO DA CORRENTE DE CARGA (Z = CTE)

EngePower®

Considere o diagrama unifilar abaixo.



### Z<sub>SISTEMA</sub> (Z<sub>S</sub>)

$$Z_s = \frac{S_{base}}{S_{cc}} = \frac{100}{250}$$

$$Z_s = 0.4 \angle 86.19^\circ pu = 0.0266 + j0.3991 pu$$

### Z<sub>CABO</sub> (Z<sub>C</sub>)

$$Z_c = (0.2020 + j0.2040) \times 0.100 =$$

$$Z_c = (0.0202 + j0.0204) \Omega$$

$$Z_b = \frac{(kV)^2}{MVA} = \frac{(13.8)^2}{100} = 1.9044 \Omega$$

$$Z_c = \frac{Z_c [\Omega]}{Z_b} = \frac{(0.0202 + j0.0204)}{1.9044}$$

$$Z_c = 0.0106 + j0.0107 pu$$

### Z<sub>CARGA</sub> (Z<sub>L</sub>)

$$Z_L = \frac{(kV)^2}{MVA} = \frac{(13.8)^2}{0.700} = 272.0571 \Omega$$

$$Z_b = \frac{(kV)^2}{MVA} = \frac{(13.8)^2}{100} = 1.9044 \Omega$$

$$Z_L = \frac{272.0571}{1.9044} = 142.8571 \angle 18.19^\circ pu =$$

$$Z_L = 135.7143 + j44.6071 pu$$

### Corrente de Carga (I<sub>L</sub>)

$$Z_T = Z_s + Z_c + Z_L = 135.7515 + j45.0170 pu$$

$$Z_T = 143.0210 \angle 18.35^\circ pu$$

$$I_L = \frac{E}{Z_T} = \frac{1}{Z_T} = 0.0070 \angle -18.35^\circ pu$$

$$I_b = \frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 13.8} = 4.183.7 A$$

$$I_L = 29.2523 \angle -18.35^\circ A$$

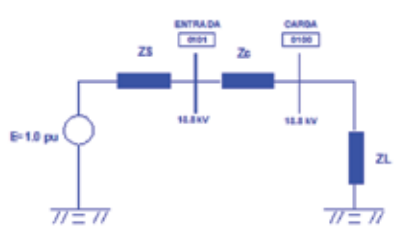


Figura 2 – Sistema elétrico em regime normal de operação, unifilar e diagrama de sequência.

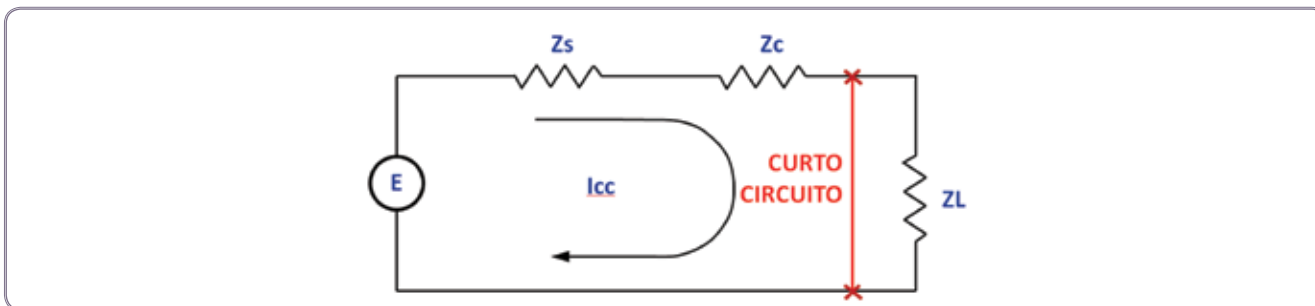


Figura 3 – Sistema elétrico sob curto-circuito.

O valor da corrente de curto-circuito pode ser calculado como segue.

Considere o diagrama unifilar abaixo.

**Z<sub>SISTEMA</sub> (Z<sub>S</sub>)**

$$Z_s = \frac{S_{base}}{S_{cc}} = \frac{100}{250}$$

$$Z_s = 0.4 \angle 86.19^\circ pu = 0.0266 + j0.3991 pu$$

**Z<sub>CABO</sub> (Z<sub>C</sub>)**

$$Z_c = (0.2020 + j0.2040) \times 0.100 = (0.0202 + j0.0204) \Omega$$

$$Z_b = \frac{(kV)^2}{MVA} = \frac{(13.8)^2}{100} = 1.9044 \Omega$$

$$Z_c = \frac{Z_c [\Omega]}{Z_b} = \frac{(0.0202 + j0.0204)}{1.9044}$$

$$Z_c = 0.0106 + j0.0107 pu$$

**Corrente de Curto (I<sub>CC</sub>)**

$$Z_T = Z_s + Z_c = 0.0372 + j0.4098 pu$$

$$Z_T = 0.4115 \angle 84.81^\circ pu$$

$$I_{CC} = \frac{E}{Z_T} = \frac{1}{Z_T} = 2.4301 \angle -84.81^\circ pu$$

$$I_B = \frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 13.8} = 4.183.7 A$$

$$I_{CC} = 10166.6 \angle -84.81^\circ A$$

Figura 4 – Sistema elétrico sob curto-circuito, unifilar e diagrama de sequência.

Tendo em vista que as únicas impedâncias que restringem a passagem de corrente são  $Z_s$  e  $Z_c$ , pode-se fazer as seguintes observações:

- ▶ A corrente de curto-circuito é maior que a corrente de carga.
- ▶ Devido ao fato de  $Z_s$  e  $Z_c$  serem predominantemente indutivas, o valor da corrente de curto-circuito fica atrasada da tensão em valores próximos a  $90^\circ$ .

Dos dois exemplos mostrados anteriormente, percebe-se que o valor da corrente muda rapidamente do valor de carga ( $\sim 30A$ ) para o de curto-circuito ( $\sim 10kA$ ) e este transitório é simulado através da solução da equação retirada do circuito representado na Figura 5.

Aplicando-se a Lei de Kirchoff das tensões no circuito em malha da Figura 5, o equacionamento do circuito é:

$$V_M \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

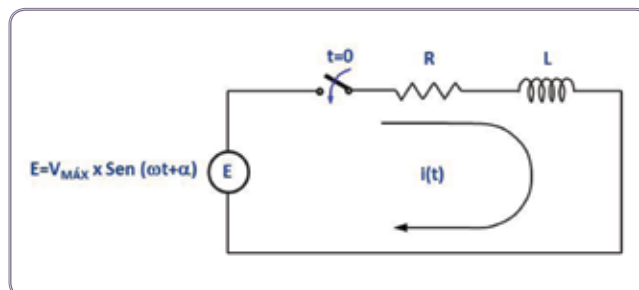


Figura 5 – Circuito elétrico representativo do transitório da corrente de curto-circuito.

A resolução da equação diferencial pelo método clássico consiste em se achar uma solução homogênea, mais uma solução particular.

$$i(t) = i_h(t) + i_p(t)$$

Para a obtenção da solução homogênea, basta fazer:

$$R i_h(t) + L \frac{di_h(t)}{dt} = 0$$

$$+ L \frac{di_h(t)}{dt} = -R i_h(t)$$

$$\int \frac{1}{i_h(t)} di_h(t) = \int -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln(i_h(t)) = -\frac{R}{L} t + C$$

$$i_h(t) = e^{\frac{R}{L} t + C} = e^{+C} \times e^{\frac{R}{L} t}$$

$$i_h(t) = C_0 \times e^{\frac{R}{L} t}$$

$$\overset{\circ}{I} = \frac{\overset{\circ}{E}}{R + j\omega L} = \frac{E \angle \alpha}{Z \angle \theta} = \frac{E}{Z} \angle (\alpha - \theta)$$

A solução particular é obtida a partir da condição de regime permanente, ou seja:

$$i(t) = i_h(t) + i_p(t) = C_0 \times e^{\frac{R}{L} t} + \frac{V_M}{Z} \times \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta)$$

A corrente total será:

Para a determinação do valor da constante  $C_0$ , baseia-se nas

condições de contorno, ou seja, nas condições iniciais, tomando-se como base que em um circuito RL, não se consegue variar a corrente instantaneamente e que, no instante do curto-circuito, a corrente de carga é nula.

$$i_p(t) = \sqrt{2} \frac{E}{Z} \times \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta) = \frac{V_M}{Z} \times \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta)$$

$$i(t=0^-) = i(t=0^+) = i(t=0) = 0$$

Assim, em  $t=0$ ,

$$i(0) = 0 = C_0 \times e^{\frac{R}{L} \cdot 0} + \frac{V_M}{Z} \times \text{sen}(0 + \alpha - \theta)$$

$$C_0 = -\frac{V_M}{Z} \times \text{sen}(\alpha - \theta)$$

A solução final da equação diferencial para  $i(t)$ , fica como segue:

$$i(t) = \frac{|V_M|}{Z} \left[ \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta) - \text{sen}(\alpha - \theta) e^{-\frac{R}{L} t} \right]$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad \theta = \text{tg}^{-1} \left( \frac{X}{R} \right)$$

$\alpha = \hat{E}$  o ângulo da tensão entre o último instante passando por zero (no semi-ciclo positivo) até o instante em que ocorre a falta.

Observando a equação de  $i(t)$  da página anterior observa-se que a corrente possui duas parcelas, uma periódica (senoidal) conhecida

como componente alternada (ac) e outra que é unidirecional e amortecida conhecida como componente contínua (dc).

$$i_{AC}(t) = \frac{|V_M|}{Z} \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta) = \sqrt{2} \cdot \frac{|V_{RMS}|}{Z} \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta)$$

$$i_{AC}(t) = \sqrt{2} \cdot |I_{CCS}| \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta)$$

**Componente DC**

$$i_{DC}(t) = \sqrt{2} \cdot |I_{CCS}| \cdot \text{sen}(\alpha - \theta) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \sqrt{2} \cdot |I_{CCS}| \cdot \text{sen}(\alpha - \theta) \cdot e^{-\frac{2\pi}{X}t}$$

**Corrente eficaz total**

$$I = \sqrt{I_{AC}^2 + I_{DC}^2}$$

Conforme demonstrado anteriormente, a corrente de falta total pode ser decomposta em duas componentes, uma AC e outra DC, como ilustra a figura 6.

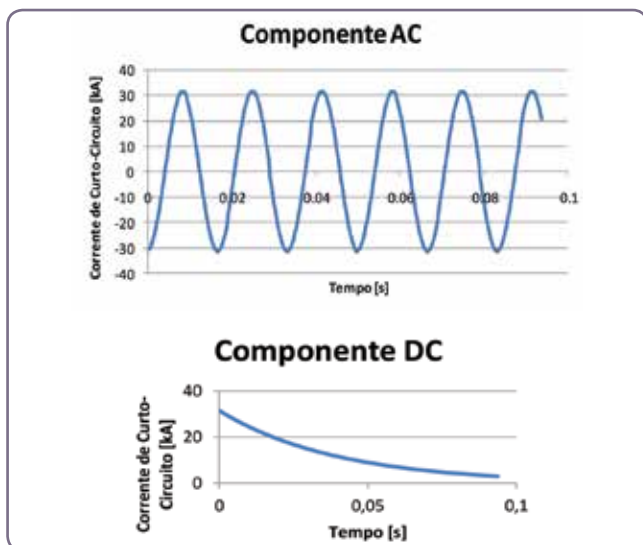


Figura 6 – Componentes AC e DC da corrente de curto-circuito.

A Figura 7 mostra a corrente total de curto-circuito assimétrica que nada mais é do que a soma das componentes AC e DC.

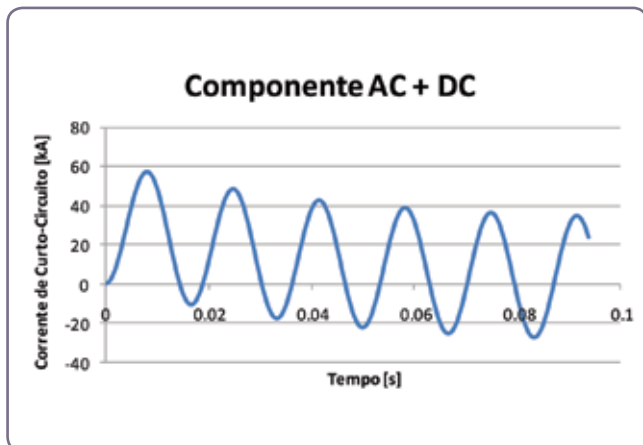


Figura 7 – Corrente total de curto-circuito: soma das componentes AC e DC.

É importante lembrar que a componente que causa o deslocamento é a componente DC. A partir destas informações pode-se passar a definir a simetria da corrente de curto-circuito.

Algumas literaturas podem apresentar a equação da corrente de curto-circuito de uma outra maneira, a qual será demonstrada a seguir.

A equação apresentada anteriormente é dada por:

$$i(t) = \frac{|V_M|}{Z} \left[ \text{sen}(\omega t + \alpha - \theta) - \text{sen}(\alpha - \theta) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right]$$

Se for feito  $\alpha - \theta = -90^\circ$ , a equação anterior fica da seguinte forma:

$$i(t) = \frac{|V_M|}{Z} \left[ \text{sen}(\omega t - 90) - \text{sen}(-90) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right]$$

Da trigonometria, sabe-se que:

$$\text{Sen}(a+b) = \text{Sen } a \cdot \text{Cos } b - \text{Sen } b \cdot \text{Cos } a$$

Fazendo-se  $a = \omega t$  e  $b = -90^\circ$ , e substituindo-se na equação anterior, fica:

$$\text{Sen}(\omega t - 90^\circ) = \text{Sen } \omega t \cdot \text{Cos } 90^\circ - \text{Sen } 90^\circ \cdot \text{Cos } \omega t$$

Como  $\text{Cos } 90^\circ = 0$ , a primeira parcela se anula e como  $\text{Sen } 90^\circ = 1$ , fica:

$$\text{Sen}(\omega t - 90) = -\text{Cos } \omega t$$

Se a última equação for substituída na equação de  $i(t)$  anterior, e sabendo-se que  $\text{Sen } -90^\circ = -1$ , fica:

$$i(t) = \frac{|V_M|}{Z} \left[ \text{sen}(\omega t - 90) - \text{sen}(-90) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right] = \sqrt{2} \frac{|V_{RMS}|}{Z} \left[ -\text{cos}(\omega t) + e^{-\frac{R}{L}t} \right]$$

Neste caso, a componente AC é:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I_{RMS} \left[ e^{-\frac{R}{L}t} - \text{cos}(\omega t) \right]$$

A componente DC é expressa como segue:

$$i_{AC}(t) = -\sqrt{2} \cdot I_{RMS} \cdot \text{cos}(\omega t) \quad i_{DC}(t) = \sqrt{2} \cdot I_{RMS} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

#### SIMETRIA DA CORRENTE DE CURTO-CIRCUITO

A corrente é dita simétrica quando a envoltória da corrente de curto-circuito é simétrica em relação ao eixo dos tempos. Caso contrário, a corrente é dita assimétrica.

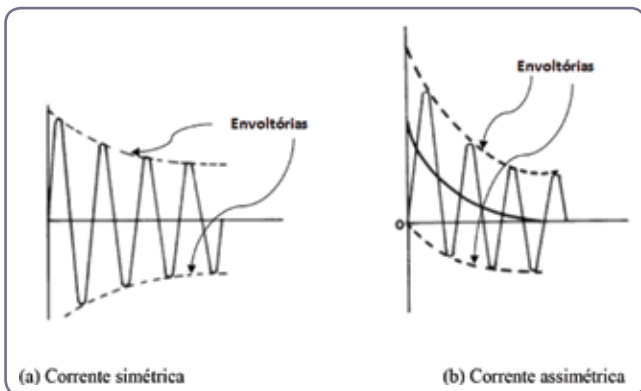


Figura 8 – Corrente de curto-circuito (a) simétrica e (b) assimétrica.

A assimetria da corrente de curto-circuito depende fundamentalmente do instante em que estava a tensão quando ocorreu a falta e do valor do X/R do circuito.

FATORES DE ASSIMETRIA

Fator de assimetria para valores eficazes (RMS)

O fator de assimetria é definido como segue:

$$FA = \frac{ICC\_ASSIMETRICA}{ICC\_SIMETRICA}$$

A corrente de curto-circuito assimétrica é determinada, então, da seguinte forma:

$$I_{CC\_ASSIMETRICA} = FA \times I_{CC\_SIMETRICA}$$

A partir do demonstrado anteriormente, o valor eficaz máximo é calculado, como segue:

$$i_{AC\ RMS-Max} = I_{RMS} \quad i_{DC\ RMS-Max} = \sqrt{2} I_{RMS} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

O valor total máximo será:

$$I = \sqrt{I_{AC}^2 + I_{DC}^2} = I_{RMS} \cdot \sqrt{1 + 2e^{-\frac{2R}{L}t}}$$

$$I_{RMS} \cdot \sqrt{1 + 2e^{-\frac{2\omega R}{\omega L}t}} = I_{RMS} \cdot \sqrt{1 + 2e^{-\frac{2.2\pi f}{\left(\frac{X}{R}\right)}t}}$$

Como a frequência vezes o tempo em segundos (f.t) é igual ao tempo em ciclos, tem-se:

$$I = I_{RMS} \cdot \sqrt{1 + 2e^{-\frac{4\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)}t_{ciclos}}}$$

Assim, o fator de assimetria é:

$$F_{ASSIMETRIA-RMS} = \sqrt{1 + 2e^{-\frac{4\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)}t_{ciclos}}}$$

Uma outra forma de se mostrar é através do valor eficaz da corrente de curto-circuito assimétrica no tempo, que pode ser calculado a partir da equação a seguir.

$$I_{CC\ RMS-Asim} = \sqrt{\left[ (I_K' - I_K'')e^{-t/\tau_d} + (I_K' - I_K'')e^{-t/\tau_d} + I_K \right]^2 + 2(I_K' e^{-t/\tau_d})^2}$$

Para curtos-circuitos afastados dos geradores  $I_K'' = I_K' = I_K$  e  $\tau_d = \tau$ . A partir desta consideração a equação anterior pode ser reescrita como segue:

$$I_{CC\ RMS-Asim} = \sqrt{I_K'^2 + 2(I_K'^2 \cdot e^{-2t/\tau})} = I_K' \times \sqrt{1 + 2 \cdot e^{-\frac{2}{\tau}t}}$$

$$I_K' \times \sqrt{1 + 2 \cdot e^{-\frac{2}{\omega L}t}} = I_K' \times \sqrt{1 + 2 \cdot e^{-\frac{4\pi f}{\left(\frac{X}{R}\right)}t}}$$

O produto de f(Hz) x t(s) nos dá o tempo em ciclos. Assim, fator de assimetria para valores eficazes (rms) é calculado a partir da seguinte equação:

$$F_{ASSIMETRIA-RMS} = \sqrt{1 + 2 \cdot e^{-\frac{4\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)}t_{ciclos}}}$$

Em que:

$F_{ASSIMETRIA-RMS}$  = Fator de assimetria RMS (valor eficaz) a ser aplicado na corrente de curto-circuito simétrica.

X/R = É o valor do X/R visto do ponto de falta onde está sendo calculada a corrente.

$t_{CICLOS}$  = É o tempo em ciclos para o instante que se deseja calcular o fator de assimetria.

Como normalmente este fator é calculado para t= 0.5 ciclo a equação anterior se traduz como segue:

$$F_{ASSIMETRIA-RMS} = \sqrt{1 + 2 \cdot e^{-\frac{2\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)}}$$

Apresenta-se na Figura 9 o gráfico deste fator para ½ ciclo em função do valor de X/R.

Algumas vezes, em que se conhecem apenas as correntes de curto-circuito simétricas e assimétricas, o valor de X/R pode ser obtido a partir da expressão abaixo, para ½ ciclo:

$$F_{ASSIMETRIA} = FA = \frac{I_{CC-ASSIMETRICA}}{I_{CC-SIMETRICA}}$$

$$\frac{X}{R} = -\frac{4\pi}{\ln\left[\frac{FA^2 - 1}{2}\right]} \times t_{Ciclos}$$

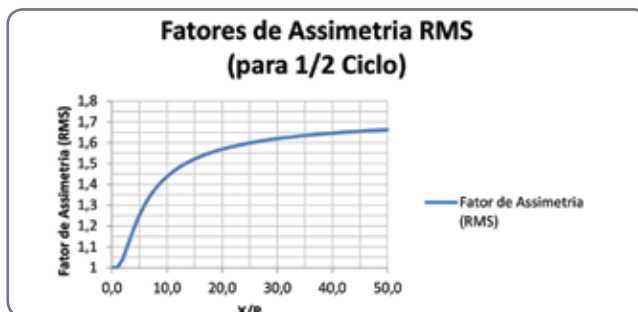


Figura 9 – Fator de assimetria RMS para ½ ciclo.

### Fator de assimetria para valores de pico

O valor máximo da assimetria para valores de pico pode ser deduzido, tomando-se como referência a equação seguinte:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I_{RMS} \left[ e^{\frac{R}{L}t} - \cos(\omega t) \right]$$

O valor da corrente acima é obtido para:  $-\cos \omega t = +1$ . Multiplicando-se também o expoente da função exponencial acima por  $\omega$ , tanto o numerador como o denominador, obtêm-se:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I_{RMS} \left[ e^{\frac{\frac{1}{\omega L}t}{\frac{\omega R}{\omega R}} + 1} \right] = \sqrt{2} \cdot I_{RMS} \left[ e^{\frac{\frac{\omega}{X}t}{\left(\frac{X}{R}\right)} + 1} \right] = \sqrt{2} \cdot I_{RMS} \left[ 1 + e^{\frac{2\pi f t}{\left(\frac{X}{R}\right)}} \right]$$

Como  $f \times t$  é igual ao tempo em ciclos ( $t_{\text{ciclos}}$ ), a equação acima passa a ser escrita como segue:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I_{RMS} \left[ 1 + e^{\frac{2\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)} t_{\text{ciclos}}} \right]$$

Da equação anterior tira-se o fator de assimetria para valores de pico é calculado a partir da seguinte equação:

$$F_{\text{ASSIMETRIA-PICO}} = \sqrt{2}x \left( 1 + e^{\frac{2\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)} t_{\text{ciclos}}} \right)$$

Em que:

$F_{\text{ASSIMETRIA-PICO}}$  = Fator de assimetria de pico a ser aplicado na corrente de curto-circuito simétrica.

$X/R$  = É o valor do  $X/R$  visto do ponto de falta onde está sendo calculada a corrente.

$t_{\text{CICLOS}}$  = É o tempo em ciclos para o instante que se deseja calcular o fator de assimetria.

Como, normalmente, este fator é calculado para  $t = 0.5$  ciclo, a equação anterior se traduz, como segue:

$$F_{\text{ASSIMETRIA-PICO}} = \sqrt{2}x \left( 1 + e^{\frac{\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)}} \right)$$

A norma VDE/IEC utiliza para o cálculo do fator de assimetria de ½ ciclo a equação apresentada a seguir:

$$F_{\text{ASSIMETRIA-PICO-IEC}} = \sqrt{2}x \left( 1.02 + 0.98e^{\frac{-3}{\left(\frac{X}{R}\right)}} \right) = \sqrt{2}x \left( 1.02 + 0.98e^{-3 \times \frac{r}{X}} \right)$$

$$\kappa = (1.02 + 0.98e^{-3 \times \frac{r}{X}})$$

$$F_{\text{ASSIMETRIA-PICO-IEC}} = \sqrt{2}x \kappa$$

Apresenta-se na Figura 10 o gráfico deste fator para ½ ciclo em função do valor de  $X/R$ .

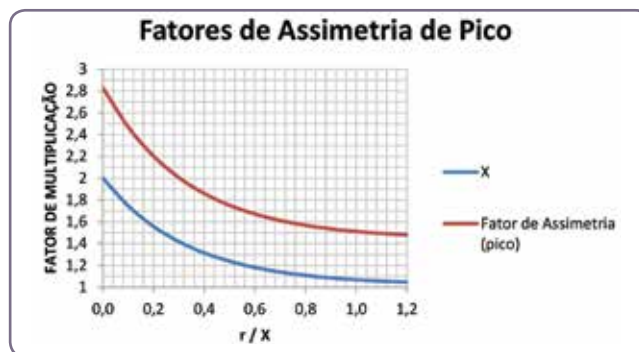


Figura 10 – Fator X e fator de assimetria de pico IEC/DIN.

### Fator de assimetria para valores máximos eficazes

Até aqui se admitiu que, no curto-circuito, a corrente de falta fosse puramente indutiva. Nesta situação, a corrente de falta está atrasada de 90° da tensão. Isto significaria que se a falta ocorre quando a tensão está passando por zero, a corrente terá o valor máximo. Nos sistemas reais, os circuitos não são puramente indutivos e, conseqüentemente, a corrente não estará atrasada de 90° da tensão e sim um ângulo menor que 90°. Isto implica que máximo da corrente irá ocorrer num tempo menor que ½ ciclo. As equações seguintes são utilizadas na determinação do tempo máximo e do fator de assimetria eficaz.

$$\tau_{\text{CYCLES}} = 0.49 - 0.1 \times e^{\frac{\left(\frac{X}{R}\right)}{3}}$$

$$F_{\text{ASSIMETRIA-RMS}} = \sqrt{1 + 2 \cdot e^{\frac{4\pi}{\left(\frac{X}{R}\right)} \tau_{\text{ciclos}}}}$$

\*Cláudio Sérgio Mardegan é diretor da EngePower Engenharia e Comércio Ltda. É engenheiro electricista formado pela Unifei, especialista em proteção de sistemas elétricos industriais e qualidade de energia, com experiência de mais de 35 anos nesta área. É autor do livro "Proteção e Seletividade em Sistemas Elétricos Industriais", patrocinado pela Schneider, e coautor do "Guia O Setor Elétrico de Normas Brasileiras". É membro sênior do IEEE e participa também dos Working Groups do IEEE que elaboram os "Color Books". É Chairman do Capítulo 6 do Buff Book, atual 3004 series (3004.6) sobre Ground Fault Protection e também participa de Forensics.

CONTINUA NA PRÓXIMA EDIÇÃO

Acompanhe todos os artigos deste fascículo em [www.osetoreletrico.com.br](http://www.osetoreletrico.com.br)

Dúvidas, sugestões e comentários podem ser encaminhados para [redacao@atitudeeditorial.com.br](mailto:redacao@atitudeeditorial.com.br)