



## Capítulo II

# Números complexos – Parte 2

Por Cláudio Mardegan\*

### Motores de indução

Para motores de indução conhece-se normalmente o valor da sua corrente nominal (dado de placa), sua tensão nominal (dado de placa), e a sua reatância (%). O procedimento consiste em se fazer uma mudança de base, da base do motor (valor para o qual a sua reatância está referida) para a base do sistema.

### Mudança de base

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X\%}{100} \times \frac{MVA_{BASE}}{MVA_{MOTOR}} \times \left( \frac{kV_{EQUIP}}{kV_{SIST}} \right)^2$$

Como normalmente MVA-Base é 100:

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X\%}{100} \times \frac{100}{MVA_{MOTOR}} \times \left( \frac{kV_{EQUIP}}{kV_{SIST}} \right)^2$$

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X\%}{MVA_{MOTOR}} \times \left( \frac{kV_{EQUIP}}{kV_{SIST}} \right)^2$$

A reatância do motor de indução não é um dado de placa. Assim, o valor da reatância pode ser calculado, como segue:

$$X'' = \frac{I_n}{I_{rb}} \quad \text{Pela norma IEC:} \quad Z_M = \frac{I_n}{I_{rb}}$$

Em que:

$I_n$  = Corrente nominal;

$I_{rb}$  =  $I_p$  = Corrente de rotor bloqueado = corrente de partida (direta);

$X''$  = Reatância do motor.

A corrente nominal do motor é calculada, como segue:

$$I_{N-MOTOR} = \frac{HP_{(EIXO)} \times 0.746 \times 10^{-3}}{\sqrt{3} \times \text{Cos}\phi \times \eta} = \frac{CV_{(EIXO)} \times 0.736 \times 10^{-3}}{\sqrt{3} \times \text{Cos}\phi \times \eta} \dots$$

$$\dots \frac{kW_{(EIXO)} \times 10^{-3}}{\sqrt{3} \times \text{Cos}\phi \times \eta}$$

Em que:

$I_N$  = Corrente nominal do motor em ampères;

$kV_N$  = Tensão nominal do motor em kV;

$\text{Cos}\phi$  = Fator de potência nominal do motor em pu;

$\eta$  = Rendimento do motor em pu.

A potência nominal absorvida pelo motor será:

$$MVA_{MOTOR} = \sqrt{3} \times kV_N \times I_n [A] \times 10^{-3} [MVA]$$

$$MVA_{N-MOTOR} = \frac{HP_{(EIXO)} \times 0.746 \times 10^{-3}}{\text{Cos}\phi \times \eta} = \frac{CV_{(EIXO)} \times 0.736 \times 10^{-3}}{\text{Cos}\phi \times \eta} \dots$$

$$\dots \frac{kW_{(EIXO)} \times 10^{-3}}{\text{Cos}\phi \times \eta}$$

Do exposto, para se obter o valor da reatância de rotor bloqueado do motor é fundamental a obtenção do valor da corrente de partida ou rotor bloqueado. Em alguns casos, na placa do motor, é mostrada a letra código NEC. Nessas circunstâncias, pode-se utilizar o valor da corrente de partida para o motor, calculada a partir dos kVA de rotor bloqueado / HP.

Apresenta-se na Tabela 1 os kVAs de rotor bloqueado em função da letra código do motor.

TABELA 1 - LETRA CÓDIGO NEC PARA MOTORES

LETRA CÓDIGO	Faixa de kVArb / HP	Valor Médio
A	Até 3.14	1.570
B	3.15 - 3.54	3.345
C	3.55 - 3.99	3.770
D	4.00 - 4.49	4.245
E	4.50 - 4.99	4.745
F	5.00 - 5.59	5.295
G	5.60 - 6.29	5.945
H	6.30 - 7.09	6.695
J	7.10 - 7.99	7.545
K	8.00 - 8.99	8.495
L	9.00 - 9.99	9.495
M	10.00 - 11.19	10.595
N	11.20 - 12.49	11.845
P	12.50 - 13.99	13.245
R	14.00 - 15.99	14.995
S	16.00 - 17.99	16.995
T	18.00 - 19.99	18.995
U	20.00 - 22.39	21.195
V	> 22.4	-

A corrente de partida ( $I_p$ ), em Ampères, é calculada pela equação abaixo:

$$I_p = \frac{kVArb}{\sqrt{3} \cdot kV_N} = \frac{[LETRA - CÓDIGO] \cdot HP}{\sqrt{3} \cdot kV_N}$$

**Exemplo**

Um motor de 500 HP, 4 kV, possui letra código G. Calcule a sua corrente de partida.

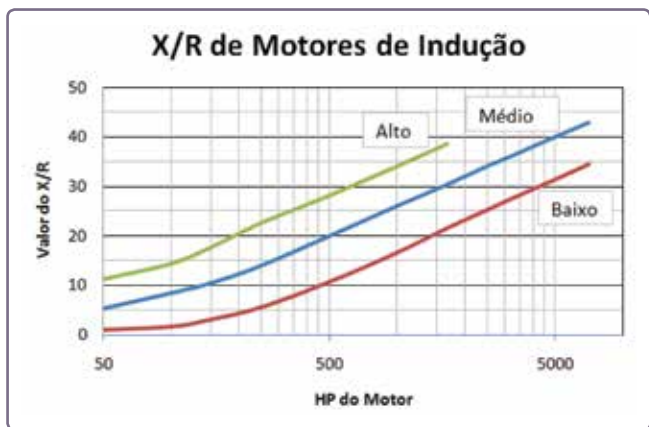
$$I_p = \frac{kVArb}{\sqrt{3} \cdot kV_N} = \frac{5.945 \times 500}{\sqrt{3} \cdot 4} = 429 \text{ A}$$

A tensão do motor costuma ser diferente da tensão do sistema, principalmente, quando se utiliza o padrão americano. São apresentadas na Tabela 2 as tensões típicas mais usuais para os motores.

TABELA 2 - TENSÕES MAIS USUAIS PARA MOTORES EM FUNÇÃO DA TENSÃO DO SISTEMA

Tensão Secundária do transformador [kV]	Tensão Nominal do Motor [kV]
13.8	13.2
6.6	6.3
4.16	4
2.4	2.3
0.48	0.44

Normalmente, utiliza-se este padrão devido ao fato que o torque no motor varia com o quadrado da tensão e, assim, uma pequena variação na tensão implica a perda de torque. Desta forma, escolhe-se a tensão do sistema um pouco superior à do motor para não perder torque.



**Figura 1 - Curva X/R versus MVA para motores de indução da norma ANSI C37.010 e do IEEE Std 141.**

A curva da Figura 1 é representada por três características, correspondendo a valores altos, médios e baixos. A característica média foi traduzida pelo autor no seguinte conjunto de equações logarítmicas para a obtenção do valor de X/R:

**HP < 50**

Desprezar o motor (para análise de disjuntores de média e alta tensão).

**50 < HP < 185.48**

$$(X/R) = 8.505840 + 10.538839 \log (HP/100)$$

**185.48 < HP < 500**

$$(X/R) = 5.934388 + 20.123341 \log (HP/100)$$

**500 < HP**

$$(X/R) = 6.031667 + 19.984166 \log (HP/100)$$

Na Tabela 5 estão os valores de X/R típicos para algumas potências padronizadas.

**TABELA 3 - RELAÇÃO X/R TÍPICA DE MOTORES DE INDUÇÃO**

HP	X/R	HP	X/R
50	5.5	300	15.5
60	6.0	350	17.0
75	7.0	400	18.0
100	8.5	450	19.0
125	9.5	500	20.0
150	10.5	600	21.5
175	11.0	750	23.5
200	12.0	1000	26.0
250	14.0		

Conhecido o valor de X, pode-se obter o valor de R, como segue:

$$R = \frac{X''}{\left(\frac{X}{R}\right)}$$

**Exemplo:**

Calcular a impedância PU (R e X) de um motor de indução de 500 HP, corrente nominal 65A (PF=0.92, η=0.9), tensão nominal 4 kV, e corrente de partida de 390A, instalado em 4.16kV, na base de 100 MVA.

**Solução:**

Da norma ANSI C37.010 [28] tira-se o valor de X/R ~ 20.

$$X\% = (I_n/I_p) \times 100 = (65 / 390) \times 100$$

$$X\% = 16.67$$

$$MVA\text{-Motor} = 1.732 \times 4 \times 65 \times 10^{-3} = 0.45024$$

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X\%}{MVA_{MOTOR}} \times \left(\frac{kV_{EQUIP}}{kV_{SIST}}\right)^2$$

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{16.67}{0.45024} \times \left(\frac{4}{4.16}\right)^2 = 37.0172 \times 0.9246$$

$$X_{MOTOR-PU} = 34.2244 \text{ pu}$$

$$R_{MOTOR-PU} = \frac{X''}{\left(\frac{X}{R}\right)}$$

$$R_{MOTOR-PU} = 34.2244 / 20 = 1.7112 \text{ pu}$$

**Motores / geradores de síncronos**

Para motores/geradores síncronos conhece-se, normalmente, o valor da sua corrente nominal (dado de placa), sua tensão nominal (dado de placa) e a sua reatância (%), obtida do data sheet. O procedimento consiste em fazer uma mudança de base, da base do motor/gerador (valor para o qual a sua reatância está referida), para o valor da impedância do sistema.

**Mudança de base**

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X\%}{100} \times \frac{MVA_{BASE}}{MVA_{MOTOR}} \times \left(\frac{kV_{EQUIP}}{kV_{SIST}}\right)^2$$

Como, normalmente, MVA-base é 100:

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X\%}{\pm\theta\theta} \times \frac{\pm\theta\theta}{MVA_{MOTOR}} \times \left(\frac{kV_{EQUIP}}{kV_{SIST}}\right)^2$$

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X\%}{MVA_{MOTOR}} \times \left(\frac{kV_{EQUIP}}{kV_{SIST}}\right)^2$$

Como já foi calculado o valor de X para obter o valor de R, basta aplicar a equação abaixo.

$$R_{MOTOR-PU} = \frac{X_{MOTOR-PU}}{\left(\frac{X}{R}\right)}$$

Difícilmente se conhece o valor do X/R do motor. Neste caso, podem-se utilizar os valores sugeridos na norma ANSI C37.010. A Figura 2 apresenta a aparência dessa curva.

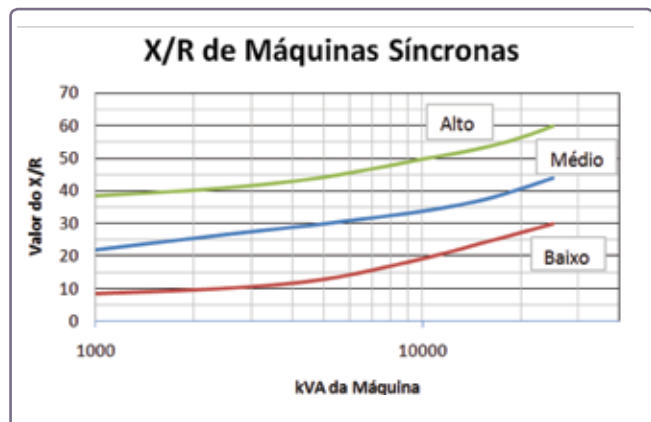


Figura 2 – Curva X/R versus kVA para máquinas síncronas da norma ANSI C37.010.

A curva da Figura 2 é representada por três características, correspondendo a valores, altos, médios e baixos. A característica média foi traduzida pelo autor no seguinte conjunto de equações logarítmicas para a obtenção do valor de X/R:

$$kVA = 1000$$

$$(X/R) = 22$$

$$1000 < kVA < 5000$$

$$(X/R) = 22 + 11.445412 \log(MVA)$$

$$5000 < kVA < 15000$$

$$(X/R) = 21.210159 + 12.575420 \log(MVA)$$

$$15000 < kVA$$

$$(X/R) = -6.410562 + 36.060604 \log(MVA)$$

Apresenta-se na Tabela 4 o valor calculado pelas equações acima para algumas potências.

### Exemplo

Calcular a impedância PU (R e X) de um motor de síncrono de 18000 HP, corrente nominal 740 A, tensão nominal 13.2 kV e reatância subtransitória ( $X''_d$ ) igual a 15%, instalado em 13.8 kV, na base de 100 MVA.

### Solução:

$$MVA_{MOTOR} = \sqrt{3} \times kV_N \times I_N [A] \times 10^{-3} [MVA]$$

$$MVA_{MOTOR} = \sqrt{3} \times 13.2 \times 740 \times 10^{-3} [MVA] = 16.9187 [MVA]$$

TABELA 4 – RELAÇÃO X/R TÍPICA DE MÁQUINAS SÍNCRONAS.

kVA	X/R
1000	22
1500	24
2000	25.5
2500	26.5
3000	27.5
3500	28
4000	29
4500	29.5
5000	30
6000	31
7000	32
8000	32.5
9000	33
10000	34
15000	36
18000	37
20000	40.5
25000	44

Da Tabela 4 (baseada na norma ANSI C37.010 [28]), tira-se o valor de  $X/R \sim 37$ .

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{X \% \times kV_{EQUIP}^2}{MVA_{MOTOR} \times kV_{SIST}^2}$$

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{15 \times 13.2^2}{16.9187 \times 13.8^2}$$

$$X_{MOTOR-PU} = \frac{15 \times 13.2^2}{16.9187 \times 13.8^2}$$

$$X_{MOTOR-PU} = 0.8112 pu$$

$$R_{MOTOR-PU} = \frac{X''}{\left(\frac{X}{R}\right)}$$

$$R_{MOTOR-PU} = \frac{0.8112}{37} = 0.0219 pu$$

### EQUIVALENTE DA CONCESSIONÁRIA

#### (a) Impedância de sequência positiva

Normalmente, a concessionária fornece a potência de curto-circuito ( $SCC_{3\phi}$ ) na entrada da instalação ou então a corrente de curto-circuito ( $ICC_{3\phi}$ ) e o ângulo ou X/R.

$$SCC_{3\phi} = \sqrt{3} \times kV_N \times I_{CC_{3\phi}} [A] \times 10^{-3} [MVA] \quad (\text{trifásico})$$

$$Z_{PU} = \frac{Z_{ATUAL}}{Z_{BASE}}$$

$$Z_{ATUAL} = \frac{V_N^2}{S_{CC}}$$

$$Z_{BASE} = \frac{V_N^2}{S_{BASE}}$$

$$Z_{EQ,CC-PU} = \frac{\frac{V_N^2}{S_{CC}}}{\frac{V_N^2}{S_{BASE}}} = \frac{S_{BASE}}{S_{CC}}$$

$$Z_{EQ,CC-PU} = \frac{S_{BASE}}{S_{CC}}$$

### (b) Impedância de sequência negativa

$$Z_2 = Z_1$$

#### Exemplo:

Um sistema apresenta uma potência de curto-circuito de 1000MVA em 138 kV ( $I_{cc} = 4183.7$  A) e  $X/R=15$ . Qual a impedância equivalente de sua rede na base de 100 MVA e 138 kV?

#### Solução:

$$Z_{EQ,CC-PU} = \frac{S_{BASE}}{S_{CC}} = \frac{100}{1000} = 0.1 \text{ pu}$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1}\left(\frac{X}{R}\right) = \text{tg}^{-1}(15) = 86.19^\circ$$

$$Z_{EQ,CC-PU} = 0.1 \times e^{j86.19^\circ} \text{ pu} = 0.1[\text{Cos}(86.19^\circ) + j \text{Sen}(86.19^\circ)] \text{ pu}$$

$$Z_{EQ,CC-PU} = 0.0067 + j 0.0998 \text{ pu}$$

### (c) Impedância de sequência zero

Normalmente, a concessionária fornece a potência de curto-circuito ( $SCC1\phi$ ), na entrada da instalação, ou então a corrente de curto-circuito ( $ICC1\phi$ ) e o ângulo ou  $X/R$ .

$$S_{CC1\phi} = \sqrt{3} \times kV_N \times I_{CC1\phi} [A] \times 10^{-3} [MVA]$$

$$S_{CC3\phi} = \sqrt{3} \times kV_N \times I_{CC3\phi} [A] \times 10^{-3} [MVA]$$

$$Z_{1,EQ,CC-PU} = \frac{S_{BASE}}{S_{CC}}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{X}{R}$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$$

$$R_{1,EQ,CC-PU} = Z_{1,EQ,CC-PU} \times \text{Cos}\varphi$$

$$X_{1,EQ,CC-PU} = Z_{1,EQ,CC-PU} \times \text{Sen}\varphi$$

$$Z_{0,EQ,CC-PU} = \frac{3 \cdot E_{pu}}{I_{CC1\phi-pu}} - 2 \times Z_{1,EQ,CC-PU}$$

Que valor de  $X/R$  adotar quando não se dispõe?

Para cada informação que se adota, assume-se uma responsabilidade. Assim, é de extrema importância utilizar valores que estejam, sempre, do lado da segurança.

Em instalações industriais supridas por concessionárias de energia, raramente os valores excedem um  $X/R=15$  (ângulo de  $86.2^\circ$ ) para o curto-circuito trifásico. Para o curto-circuito fase-terra, a tendência é que este valor seja menor que o valor do  $X/R$  do curto-circuito trifásico. Normalmente, não se adota um valor menor que 10. Nos próximos capítulos, mostram-se algumas sugestões de valores em função da proximidade do ponto de entrega com geração/subestação da concessionária.

Apresenta-se a seguir um método alternativo para estimar a relação  $X/R$  da concessionária.

Que valor de  $X/R$  adotar quando a concessionária não disponibiliza?

Sabe-se que quem, praticamente, impõe o valor de curto-circuito logo após o transformador é o próprio transformador. Assim, um outro critério para adotar um valor de  $X/R$ , seria saber o tamanho (MVAs) do transformador que está a montante, utilizando a equação abaixo.

$$Z_{TRAF0-PU} = \frac{Z\%}{MVA_{TRAF0}}$$

$$I_{CC-PU} = \frac{E_{pu}}{Z_{PU}} = \frac{1}{Z_{PU}}$$

$$MVA_{CC} = I_{CC-PU} \times 100 = \frac{1}{Z_{PU}} \times 100 = \frac{MVA_{TRAF0}}{Z\%} \times 100$$

$$MVA_{TRAF0} = MVA_{CC} \times \frac{Z\%}{100}$$

Em função dos MVAs do transformador entra-se na curva de  $X/R$  versus MVA do IEEE e determinar-se o valor de  $X/R$  a partir da estimativa do valor da impedância do transformador ( $Z\%$ ).

#### Exemplo

Um sistema apresenta uma corrente de curto-circuito trifásica de 2294 A em 13.8 kV ( $MVA_{cc} = 54.832$  MVA). Que valor de  $X/R$  se deve adotar?

#### Solução:

Adotando inicialmente  $Z\% = 6$

$$MVA_{TRAF0} = MVA_{CC} \times \frac{Z\%}{100}$$

$$MVA_{TRAF0} = 54.832 \times \frac{6}{100}$$

$$MVA_{TRAF0} = 3.29$$

Como existe impedância de linha, etc., considera-se:

$$MVA_{TRAF0} = 3.5$$

Entrando com esta potência na curva do Red Book, tem-se  $X/R = 10$ .

## TRANSFORMADOR DE TRÊS ENROLAMENTOS

Para se obter a impedância dos transformadores é necessário realizar o ensaio de curto-circuito. Este ensaio é feito "curto-

circuitando” um lado do transformador e aplicando-se tensão no lado não “curto-circuitado”, até que circule a corrente nominal. A impedância de curto-circuito é obtida pela relação do valor da tensão aplicada pela corrente nominal.



Figura 3 - Unifilar do transformador de três enrolamentos.

Como o transformador de três enrolamentos possui três enrolamentos, para a obtenção do valor da impedância entre dois enrolamentos, este ensaio é feito para cada dois enrolamentos, como segue:

TABELA 5 – CRITÉRIO PARA ENSAIO DE CURTO-CIRCUITO EM TRANSFORMADORES DE TRÊS ENROLAMENTOS

Impedância a ser obtida	Lado em que a tensão é aplicada	Enrolamento curto-circuitado	Enrolamento que fica aberto
Z <sub>ps</sub>	Primário	Secundário	Terciário
Z <sub>st</sub>	Secundário	Terciário	Primário
Z <sub>pt</sub>	Primário	Terciário	Secundário

Em que:

- Z<sub>ps</sub> – Impedância entre os enrolamentos primário e secundário
- Z<sub>st</sub> – Impedância entre os enrolamentos secundário e terciário
- Z<sub>pt</sub> – Impedância entre os enrolamentos primário e terciário

Para elaborar um estudo de curto-circuito, a representação através das impedâncias Z<sub>ps</sub>, Z<sub>st</sub>, Z<sub>pt</sub> não é a mais adequada. A representação mais adequada é a estrela equivalente, conforme indicado na Figura 4.

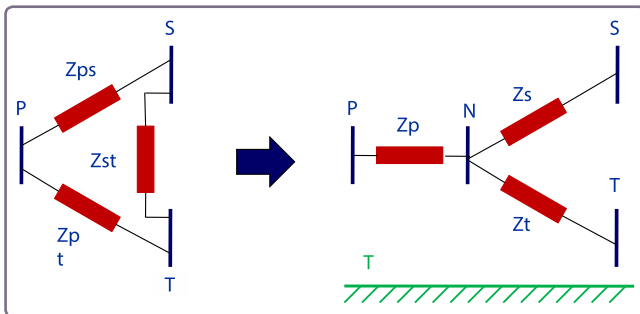


Figura 4 – Representação das impedâncias do transformador de três enrolamentos por uma estrela equivalente.

Nesta Figura:

- Z<sub>ps</sub> = Z<sub>p</sub> + Z<sub>s</sub>
- Z<sub>st</sub> = Z<sub>s</sub> + Z<sub>t</sub>
- Z<sub>pt</sub> = Z<sub>p</sub> + Z<sub>t</sub>

Resolvendo as equações anteriores para Z<sub>p</sub>, Z<sub>s</sub> e Z<sub>t</sub>, tem-se:

$$Z_p = \frac{1}{2} \times (Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st})$$

$$Z_s = \frac{1}{2} \times (Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt})$$

$$Z_t = \frac{1}{2} \times (Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps})$$

Vale a pena lembrar que:

- (a) As equações acima somente são válidas se todas as impedâncias estiverem na mesma base.
- (b) Algum valor das equações acima pode ser negativo para Z<sub>p</sub>, Z<sub>s</sub> e Z<sub>t</sub>.

Exemplo:

Dado o transformador de três enrolamentos abaixo, calcular as impedâncias Z<sub>p</sub>, Z<sub>s</sub> e Z<sub>t</sub>.

Enrolamento	MVA <sub>N</sub>	kV <sub>N</sub>	Z%	kV <sub>BASE</sub>	MVA <sub>BASE</sub>
Primário	20	138	Z <sub>ps</sub> =7%	138	20
Secundário	20	13.8	Z <sub>st</sub> = 4%	13.8	7.5
Terciário	7.5	4.16	Z <sub>pt</sub> = 6%	138	7.5

Solução:

Adotando as bases, inicialmente, como:

$$MVA_{BASE} = 20$$

$$kV_{Base-Primário} = 138 \text{ kV}$$

$$kV_{Base-Secundário} = 13.8 \text{ kV}$$

$$kV_{Base-Terciário} = 4.16 \text{ kV}$$

$$Z'_{ps} = Z_{ps} = j0.07pu \quad \text{Esta impedância já está na base escolhida.}$$

$$Z_{st} = j0.04pu \text{ (base do enrolamento)}$$

$$Z'_{st} = Z_{st} \times \frac{MVA_p}{MVA_s} = j0.04 \times \frac{20}{7.5} = j0.1067 pu$$

$$Z'_{pt} = Z_{pt} \times \frac{MVA_p}{MVA_t} = j0.06 \times \frac{20}{7.5} = j0.16 pu$$

$$Z_p = \frac{1}{2} \cdot (0.07 + 0.16 - 0.1067) = 0.0617 pu$$

$$Z_s = \frac{1}{2} \cdot (0.07 + 0.1067 - 0.16) = 0.0083 pu$$

$$Z_t = \frac{1}{2} \cdot (0.16 + 0.1067 - 0.07) = 0.0983 pu$$

\*Cláudio Sérgio Mardegan é diretor da EngePower Engenharia e Comércio Ltda. É engenheiro eletricista formado pela Unifei, especialista em proteção de sistemas elétricos industriais e qualidade de energia, com experiência de mais de 35 anos nesta área. É autor do livro “Proteção e Seletividade em Sistemas Elétricos Industriais”, patrocinado pela Schneider, e coautor do “Guia O Setor Elétrico de Normas Brasileiras”. É membro sênior do IEEE e participa também dos Working Groups do IEEE que elaboram os “Color Books”. É Chairman do Capítulo 6 do Buff Book, atual 3004 series (3004.6) sobre Ground Fault Protection e também participa de Forensics.

CONTINUA NA PRÓXIMA EDIÇÃO

Acompanhe todos os artigos deste fascículo em [www.osetoreletrico.com.br](http://www.osetoreletrico.com.br)  
Dúvidas, sugestões e comentários podem ser encaminhados para [redacao@atitudeeditorial.com.br](mailto:redacao@atitudeeditorial.com.br)